Líkindaaðferðir

Reikniverkefni 4
Kristinn Gylfason

18. apríl 2000

Verkefni

Slembiferli er gefið með

$$X(t) = 0.5cos((2\pi/21)t) + \phi) + E(t)$$

þar sem ϕ er jafndreifð slembibreyta á milli 0 og 2π (hliðrun), en E(t) er hvítt normaldreift suð með meðaltal 0 og staðalfrávik 1. Cósínusmerkið er það sem við höfum áhuga á.

Liðir 1 og 2

Framleiða á suðið og safna síðan 1024 sýnum af úrtaksfalli X(t) með nægilega hárri söfnunartíðni fyrir cósinusbylgjuna. Að því loknu á að teikna úrtaksfallið.

Lausn

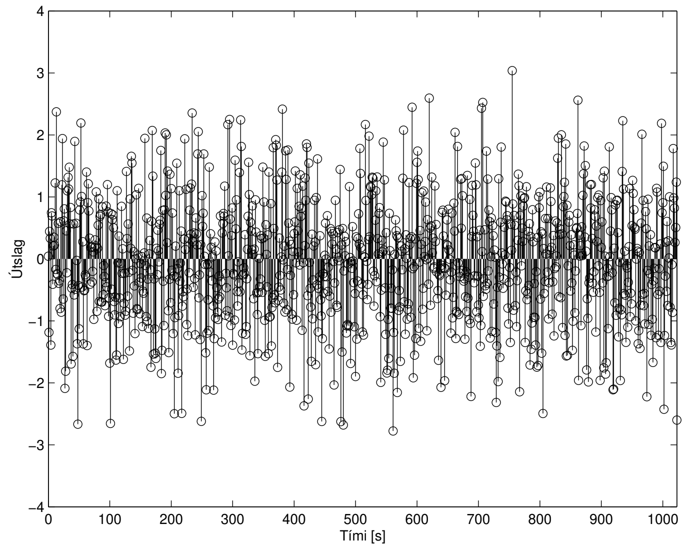
Suðið er framleitt með randn fallinu. Úrtaksfallinu er síðan safnað með söfnunartíðni $\omega = 2\pi \ s^{-1}$ en Nyquist tíðnin er

$$\omega_N = 4/21\pi \ s^{-1}$$

Safnaða úrtaksfallið er sýnt á mynd 1. Ekki er auðvelt að greina cósínusbylgjun í merkinu því suðið er af sömu stærðargráðu og hún.

Liður 3

Meta á sjálffylgnifall úrtaksfallsins með jöfnu 6-16 í kennslubók og nota hámarkstímaseinkun 512.



Mynd 1: Safnað úrtaksfall X(t).

Lausn

Sjálffylgnifallið sést á mynd 2. Matlab kóðinn fyrir verkefnið fylgir aftast. Á myndinni sést tilvist cósinusbylgjunnar greinilega. Ástæðan er sú að cósínusbylgjan er lotubundin og sjálffylgnin því í hámarki á einnar lotu fresti. Suðið núllast hins vegar frekar út því það er ekki lotubundið og dreifist jafnt upp fyrir og niður fyrir núllið. (Reyndar sést cósínusbylgjan enn þá betur ef söfnunartíðnin er aukin en það kemur niður á upplausn aflrófsins á eftir).

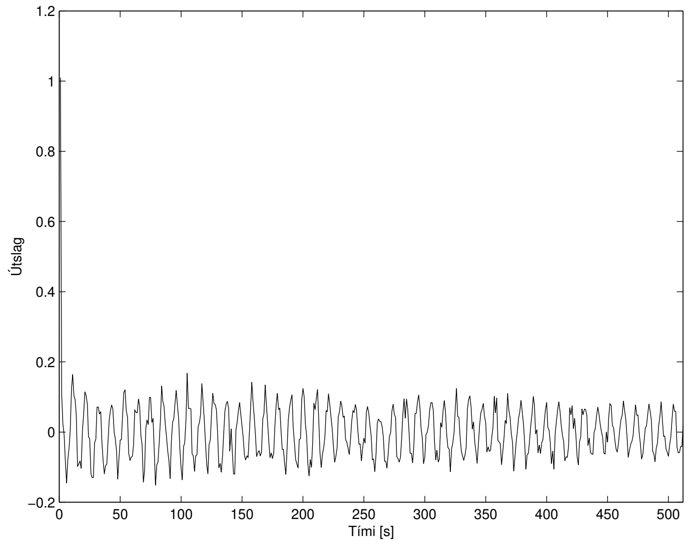
Liður 4

Meta á aflróf merkisins út frá matinu á sjálffylgnifallinu bæði með rétthyrndum glugga og Hamming-glugga.

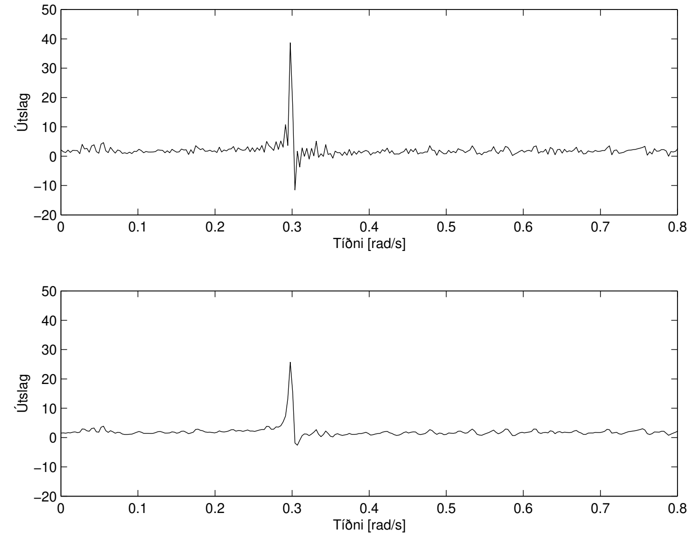
Lausn

Nota fyrst rétthyrndan glugga og beiti til þess jöfnu 7-71 (í nýju bókinni). Niðurstaðan er sýnd á efra grafinu á mynd 3. Beiti síðan jöfnu 7-72 við matið með Hamming-glugga. Niðurstaðan af því er sýnd á neðra grafinu á mynd 3.

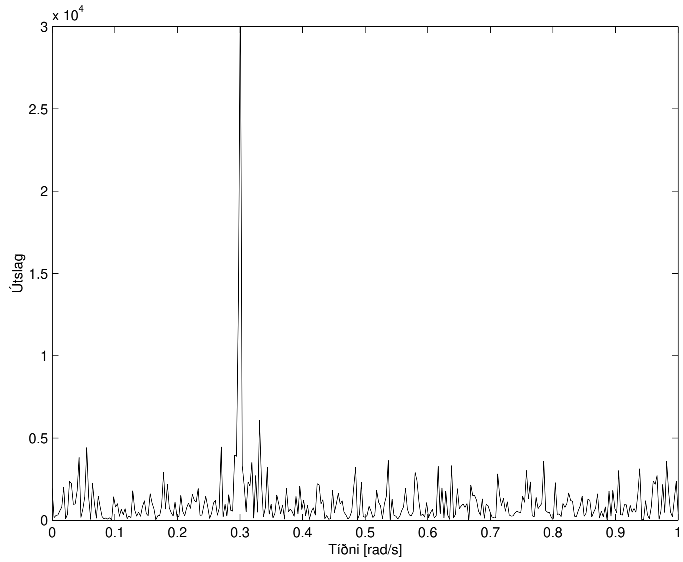
Augljósasti munurinn á niðurstöðunum er að rétthyrndi glugginn gefur mjög neikvætt útslag á aflrófi á stuttu tíðnibili en Hamming glugginn síður. Þetta er augljóslega rangt mat en kemur til vegna þess að Fouriervörpun rétthyrnda glugg-



Mynd 2: Sjálffylgnifall X.



Mynd 3: Aflróf X metið með rétthyrndum glugga annars vegar og Hamming glugga hins vegar.



Mynd 4: Aflróf X metið með öðru veldi Fouriervörpunnar úrtaksfallsin.

ans er sinc fall og tekur því jafnmörg neikvæð og jákvæð gildi. Fouriervörpun Hamming-gluggans er er að vísu einnig neikvæð á köflum en minna.

Toppur kemur fram í báðum tilvikum við tíðnina $\omega \approx 0,3\ s^{-1}$ og er það í góðu samræmi við fræðin því Fourier vörpun cósínusliðarinns í úrtaksfallinu hefur impúls í $\omega = 2\pi/21 \approx 0,299\ s^{-1}$

Liður 5

Meta á aflróf merkisins með öðru veldi Fouriervörpunnar úrtaksfallsin.

Lausn

Nota fallið FFT í matlab til þess að finna Fouriervörpun úrtaksfallsins. Hef útkomuna síðan í annað veldi og plotta útslagið á mynd 4. Hér kemur líka toppur í $\omega \approx 0.299\ s^{-1}$ eins og við var að búast.

Matlabkóði

```
%5.reikniverkefni í Líkindaaðferðum

clear all;
close all;

N = 1024;
deltat = 2;
```

```
n = 0:N-1;
t = 0:deltat:deltat*(N-1);


%lidur 1
theta = 2*pi*rand(1,1);
e = randn(1,length(t));


%lidur 2
x = 0.5*cos( (2*pi/21)*t + theta) + e;

figure(1)
stem(n,x);
xlabel('Tími [s]');
ylabel('Útslag');
axis([0 1023 -4 4]);
print -deps fig1.eps;


%lidur 3

%jafna 6-16
M  = 512;
r = zeros(1,M);
k = length(x);

for n = 0:(M-1)
for i=1:(k-n)
r(n+1) = r(n+1) + ( x(i)*x(i+n) );
end;
r(n+1) = r(n+1)/(k + 1);
end;

figure(2)
plot(r);
xlabel('Tími [s]');
ylabel('Útslag');
axis([0 512 -0.2 1.2]);
print -deps fig2.eps;

%lidur 4

%rétthyrndur gluggi

deltaomega = pi/(M*deltat);
omega = 0:deltaomega:deltaomega*(M-1);
Sr = zeros(1,512);

for j = 0:(M-1)
sum = 0;
sum = r(1);
tmp = 0;
for i = 2:(M-1)
tmp = tmp + r(i)*cos(pi*i*j/M);
end;
sum = sum + tmp;
sum = sum + r(M)*cos(pi*j);
Sr(j+1) = deltat*sum;
end;

%Hamming gluggi

Sh(1) = 0.54*Sr(1) + 0.23*Sr(2);
for i = 2:(M-1)
Sh(i) = 0.54*Sr(i) + 0.23*Sr(i+1) + 0.23*Sr(i-1);
end;
Sh(M) =  0.54*Sr(1) + 0.23*Sr(M-1);

figure(3)
subplot(2,1,1), plot(omega,Sr);
xlabel('Tíðni [rad/s]');
ylabel('Útslag');
axis([0 0.8 -20 50]);
subplot(2,1,2), plot(omega,Sh);
xlabel('Tíðni [rad/s]');
ylabel('Útslag');
axis([0 0.8 -20 50]);
print -deps fig3.eps;


%lidur 5
```

```
%omega = linspace(-pi,pi,512);
omega = 0:deltaomega:deltaomega*(M-1);

Sf = fft(x);
Sf = abs(Sf).^2;

figure(4)
plot(omega, Sf(1:512));
xlabel('Tíðni [rad/s]');
ylabel('Útslag');
axis([0 1 0 30000]);
print -deps fig4.eps;
```